

文章编号:1007-2780(2023)11-1600-15

## 快速二维累积剩余 Tsallis 熵阈值分割方法

黄 聪<sup>1,2</sup>, 邹耀斌<sup>1,2\*</sup>

(1. 三峡大学 水电工程智能视觉监测湖北省重点实验室, 湖北 宜昌 443002;

2. 三峡大学 计算机与信息学院, 湖北 宜昌 443002)

**摘要:**对灰度直方图呈现为双峰的图像,传统的二维直方图阈值分割方法虽然比较有效,但在灰度直方图呈现为无峰、单峰或多峰模式时,它们的分割结果较差。考虑到经过二维直方图映射得到的二维生存函数存在密度连续和形态统一等优点,本文基于图像二维生存函数提出一种快速二维累积剩余 Tsallis 熵阈值分割方法。该方法首先基于二维直方图构造二维生存函数,然后在二维生存函数的基础上定义计算分割阈值的二维累积剩余 Tsallis 熵目标函数。通过递推算法将计算目标函数的时间复杂度降为  $O(L^2)$ 。最后,基于递推形式的二维累积剩余 Tsallis 熵准则得到最优阈值向量以进行阈值分割。在 26 幅合成图像和 76 幅真实世界图像上将提出的方法与 2 种快速二维阈值分割方法、2 种聚类分割方法以及 1 种活动轮廓分割方法分别在时间和误分类率 (Misclassification Error, ME) 2 个指标下进行了比较。实验结果表明,在合成图像和真实世界图像中,相比于性能第 2 的方法,本文方法的时间平均缩短 0.013 s, ME 值平均降低 0.051~0.089。提出的快速二维累积剩余 Tsallis 熵阈值分割方法不仅在计算效率方面优于对比的 5 种方法,而且在分割适应性和分割精度方面具有明显优势。

**关键词:**阈值分割;二维直方图;二维生存函数;累积剩余 Tsallis 熵;快速递推算法

**中图分类号:**TP391 **文献标识码:**A **doi:**10.37188/CJLCD.2022-0427

## Fast 2D cumulative residual Tsallis entropy threshold segmentation method

HUANG Cong<sup>1,2</sup>, ZOU Yao-bin<sup>1,2\*</sup>

(1. Hubei Key Laboratory of Intelligent Vision Based Monitoring for Hydroelectric Engineering,

China Three Gorges University, Yichang 443002, China;

2. College of Computer and Information Technology, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

**Abstract:** For images with bimodal gray-level histogram, the traditional two-dimensional histogram threshold segmentation method is more effective, but when gray-level histogram is non-peak, unimodal or multimodal, their segmentation results are poor. Considering that the two-dimensional survival function obtained by two-dimensional histogram mapping has the advantages of continuous density and uniform morphology, a fast two-dimensional cumulative residual Tsallis entropy threshold segmentation method is proposed based on the two-dimensional survival function of images. The method firstly constructs a

收稿日期:2022-12-22;修订日期:2023-03-01.

基金项目:国家自然科学基金(No. 61871258)

Supported by National Natural Science Foundation of China(No. 61871258)

\*通信联系人, E-mail:zyb@ctgu.edu.cn

two-dimensional survival function based on the two-dimensional histogram, and then a two-dimensional cumulative residual Tsallis entropy objective function is defined to compute the segmentation threshold on the basis of the two-dimensional survival function. Further, a recursive algorithm is used to reduce time complexity of calculating the objective function to  $O(L^2)$ . Finally, based on the two-dimensional cumulative residual Tsallis entropy criterion in recursive form, an optimal threshold vector is obtained for threshold segmentation. In 26 synthetic images and 76 real-world images, the proposed method is compared with two fast two-dimensional threshold segmentation methods, two clustering segmentation methods and one active contour segmentation method respectively under two indicators of time and misclassification error (ME). Experimental results show that the time is shortened by 0.013 s, and ME value is reduced by 0.051~0.089 on average in comparison with the method of performance 2 in both synthetic and real-world images. The proposed fast two-dimensional cumulative residual Tsallis entropy threshold segmentation method is not only superior to the 5 comparison methods in computational efficiency, but also has relatively obvious advantages in segmentation adaptability and segmentation accuracy.

**Key words:** threshold segmentation; two-dimensional histogram; two-dimensional survival function; cumulative residual Tsallis entropy; fast recursive algorithm

## 1 引 言

阈值分割因其高效、易于实现而被广泛应用于工业缺陷检测<sup>[1]</sup>、SAR 图像目标识别<sup>[2]</sup>和目标检测<sup>[3]</sup>等诸多实际领域。根据所使用直方图的维度,现有阈值分割方法可以分为一维灰度直方图阈值法<sup>[4-6]</sup>和二维灰度直方图阈值法<sup>[7-9]</sup>。一维灰度直方图阈值法没有考虑像素间的空间相关性,只要图像的一维灰度直方图相同,即使图像的内容不同也将产生相同的分割阈值<sup>[10]</sup>。二维灰度直方图阈值法由于综合考虑了像素自身及其空间邻域信息,总体分割结果优于对应的一维灰度直方图阈值法。然而,受制于空间邻域信息的构造或者阈值选取的目标函数,不少二维灰度直方图阈值方法仅限于分割直方图呈现双峰模式的图像,并且计算效率相对较低。

为了克服二维阈值方法的上述局限性,近些年,研究人员提出了一些针对性的改进方法。陈琪等提出了改进的二维 Otsu 法及其快速实现<sup>[11]</sup>,吴一全和潘喆则提出二维 Tsallis 熵法的快速递推算法<sup>[12]</sup>,这两个方法将时间复杂度降为  $O(L^2)$  ( $L$  为直方图的最大灰度级)。然而,它们在设计快速递推算法时仅考虑对角区域像素而忽略了边缘像素的影响,所得分割阈值容易偏离理想阈值。赵恒等<sup>[13]</sup>通过边缘信息拟合曲线重新对二维直方图进行分区,提出了双曲线二维 Otsu 法,

在分割精度和抗噪方面都有所提升。梁义涛等<sup>[14]</sup>结合二维 Otsu 折线法和曲线拟合方法提出一种改进的二维 Otsu 拟合线法,在某些边缘信息丰富的图像上取得较精确的分割结果。然而,二维 Otsu 法本身仅局限于分割目标和背景呈正态分布且方差相当的图像,因此这些基于二维 Otsu 法改进的方法仍然难以分割具有无峰或单峰直方图模式的图像。Yang 等<sup>[15]</sup>提出基于灰度和局部相对熵的二维阈值分割方法,不仅考虑了非对角区域的边缘像素,而且通过最小相对熵进一步提高了方法的鲁棒性。该方法虽然在无峰、双峰直方图模式的灰度图像上能获得较好的分割结果,但其时间复杂度高达  $O(L^4)$ 。

大多数二维阈值分割方法将二维直方图视为两个或多个不同区域之间的一种特征映射,然后在二维直方图上构造目标函数以计算分割阈值。直方图虽然计算简单,但存在数据离散和形态多变等缺点,这也是基于直方图的阈值分割方法无法分割不同直方图模式的根本原因<sup>[11-15]</sup>。生存函数是一种与直方图截然不同的特征映射新方法,具有良好的平滑性和单调非递增性。累积剩余 Tsallis 熵 (Cumulative Residual Tsallis Entropy, CRTE) 是一种基于生存函数的信息测度<sup>[16]</sup>,生存函数所具有的优良性质使得 CRTE 在离散或连续领域都有一致的定义,为分割具有不同直方图模式的图像奠定了理论基础。为了克服现有

二维阈值法在分割精度和计算效率方面的不足,同时为了在同一个框架内分割具有不同直方图模式的图像,本文提出了一种快速二维累积剩余 Tsallis 熵阈值分割方法(Fast 2D-CRTE)。该方法从图像二维灰度直方图构建二维生存函数出发,通过最大化二维生存函数不同区域之间的 2D-CRTE 计算分割阈值。同时,为了降低方法的时间复杂度,通过递推计算将方法的时间复杂度降为  $O(L^2)$ 。

## 2 Fast 2D-CRTE 方法

本节首先基于二维直方图构建出二维生存函数,然后再在二维生存函数的基础上定义计算分割阈值的二维累积剩余 Tsallis 熵目标函数。为了将目标函数求解的时间复杂度降低到  $O(L^2)$ ,进一步给出目标函数的快速递推计算方法。

### 2.1 二维生存函数

给定一幅大小为  $M \times N$  的图像  $I(x, y)$ ,在图像  $I(x, y)$  上运用  $3 \times 3$  的均值滤波得到均值图像  $G(x, y)$  如式(1)所示:

$$G(x, y) = \left\lfloor \frac{1}{9} \sum_{m=-1}^1 \sum_{n=-1}^1 I(x+m, y+n) \right\rfloor, \quad (1)$$

其中,  $\lfloor \cdot \rfloor$  表示向下取整。令  $r(i, j)$  表示  $I(x, y)$  中的像素灰度值  $i$  与  $G(x, y)$  中像素灰度值  $j$  出现的频次,那么图像的二维直方图  $p(i, j)$  可以表示为:

$$p(i, j) = \frac{r(i, j)}{M \times N}. \quad (2)$$

二维直方图具有数据离散和形态多变的特点,这使得目前大部分基于二维直方图的阈值方法难以在同一个阈值选择目标函数内分割不同直方图模式的图像。二维生存函数是一种新的特征映射方法,可以通过二维直方图推导得到式(3):

$$\bar{F}(s, t) = 1 - \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t p(i, j), \quad (3)$$

其中:  $0 \leq s \leq L-1, 0 \leq t \leq L-1$ 。与二维直方图多样且复杂的形态相比,二维生存函数拥有更统一的分布形态。图1展示了不同二维直方图模式所对应的二维生存函数。可以观察到,不管是无峰、单峰、双峰或者多峰模式的二维直方图,其对应的二维生存函数曲面都呈现单调非递增的形态。这为在同一阈值选择目标函数下分割具有不同直方图模式的图像奠定了理论基础。

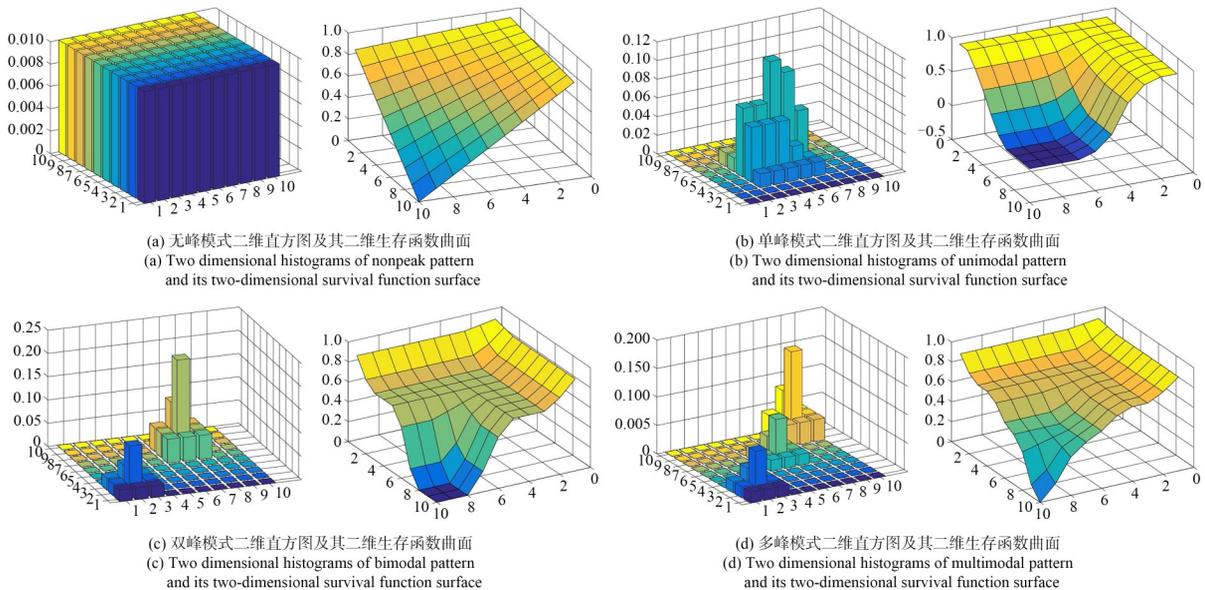


图1 不同模式二维直方图及其对应二维生存函数曲面

Fig. 1 Two-dimensional histograms of different modes and their corresponding two-dimensional survival function surfaces

### 2.2 二维累积剩余 Tsallis 熵目标函数

CRTE<sup>[16]</sup>是一种基于生存函数  $\bar{F}(x)$  的信息测度,定义如式(4)所示:

$$\eta_\alpha = \frac{1}{\alpha - 1} \left( 1 - \sum_{x=0}^{L-1} \bar{F}(x)^\alpha \right), \quad (4)$$

其中:  $\bar{F}(x) = 1 - \sum_{i=0}^x f(i)$  ( $f(i)$  表示离散概率分

布),熵参数  $\alpha > 0$  且  $\alpha \neq 1$ 。为了将一维性质的 CRTE 推广应用到二维阈值分割领域,结合二维生存函数  $\bar{F}(i, j)$  定义给出了二维累积剩余 Tsallis 熵(2D-CRTE):

$$\eta_\alpha = \frac{1}{\alpha - 1} \left( 1 - \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} \bar{F}(i, j)^\alpha \right). \quad (5)$$

假设阈值向量  $(s, t)$  将图像对应的二维生存函数划分为如图 2 所示的 4 个矩形区域。与二维直方图区域划分类似,二维生存函数中区域 A 与目标对应,区域 B 与背景对应,区域 C 和 D 则表示边缘和噪声。

根据式(5)的 2D-CRTE 定义,目标和背景对应区域 A 和 B 的 2D-CRTE 可以分别按式(6)和式(7)计算:

$$\eta_\alpha(s, t)_A = \frac{1}{\alpha - 1} \left( 1 - \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t \bar{F}(i, j)^\alpha \right), \quad (6)$$

$$\eta_\alpha(s, t)_B = \frac{1}{\alpha - 1} \left( 1 - \sum_{i=s+1}^{L-1} \sum_{j=t+1}^{L-1} \bar{F}(i, j)^\alpha \right). \quad (7)$$

因为区域 C 和 D 通常对应边缘和噪声,对于最终分割阈值的选取影响不大而被忽略,这样根据两个不同子系统的 2D-CRTE 可加性原则,总的 2D-CRTE 定义如式(8)所示:

$$\eta_\alpha(s, t) = \eta_\alpha(s, t)_A + \eta_\alpha(s, t)_B + (1 - \alpha) \times \eta_\alpha(s, t)_A \times \eta_\alpha(s, t)_B. \quad (8)$$

最后,构建计算分割阈值向量  $(s^*, t^*)$  的目标函数:

$$(s^*, t^*) = \arg \max_{0 \leq s, t \leq L-1} \eta_\alpha(s, t). \quad (9)$$

### 2.3 目标函数的快速计算

在二分类的情况下,确定阈值向量  $(s^*, t^*)$  的计算复杂度高达  $O(L^4)$ 。为了提高 2D-CRTE 阈值分割方法的计算效率,提出一种时间复杂度为  $O(L^2)$  的递推算法。

在公式(8)中,为了计算阈值向量  $(s^*, t^*)$ ,在  $0 \sim (L-1)$  的穷举是不可避免的,其本身的时间复杂度已经为  $O(L^2)$ 。因此,降低算法总体时间复杂度须从公式(6)和公式(7)着手,采取空间换时间的方法,提前计算出不同阈值向量  $(s, t)$  下目标区域和背景区域的 2D-CRTE。

图 3 展示了 Fast 2D-CRTE 方法快速计算不同阈值向量  $(s, t)$  下总 2D-CRTE 的思路,其中  $R(s, t)$  和  $B(s, t)$  分别表示目标区域和背景区域

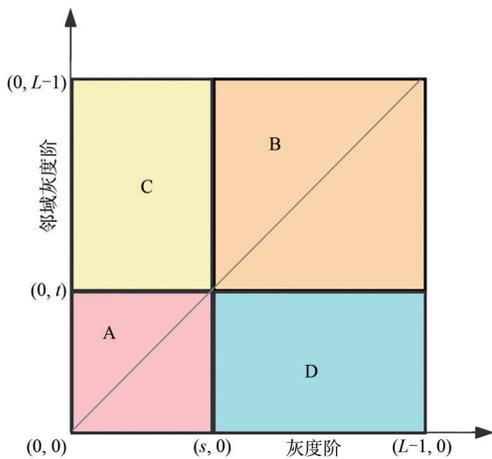


图 2 二维生存函数区域划分

Fig. 2 Two-dimensional survival function region division

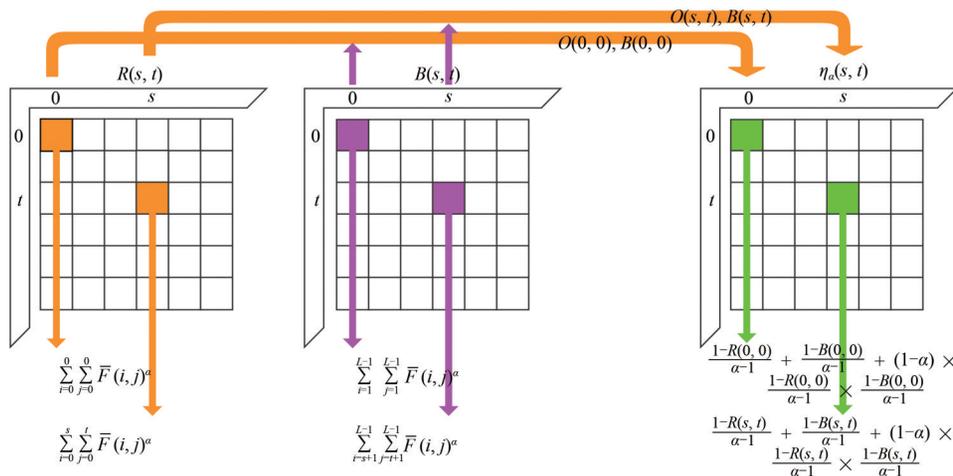


图 3 Fast 2D-CRTE 方法计算不同阈值向量  $(s, t)$  下总 2D-CRTE 的思路。

Fig. 3 Fast 2D-CRTE method for calculating total 2D-CRTE with different threshold vectors  $(s, t)$ .

对应的 2D-CRTE 的信息量：

$$R(s, t) = \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t \bar{F}(i, j)^\alpha, \quad (10)$$

$$B(s, t) = \sum_{i=s+1}^{L-1} \sum_{j=t+1}^{L-1} \bar{F}(i, j)^\alpha. \quad (11)$$

将式(10)和式(11)分别代入式(6)和式(7), 则式(8)可以转换为：

$$\eta_\alpha(s, t) = \frac{1 - R(s, t)}{\alpha - 1} + \frac{1 - B(s, t)}{\alpha - 1} + (1 - \alpha) \times \frac{1 - R(s, t)}{\alpha - 1} \times \frac{1 - B(s, t)}{\alpha - 1}. \quad (12)$$

这样, 计算总的 2D-CRTE 就退化为计算辅助计算量  $R(s, t)$  和  $B(s, t)$ 。进一步,  $R(s, t)$  可以通过如式(13)所示的快速递推公式得出：

$$R(s, t) = R(s, t-1) + R(s-1, t) - R(s-1, t-1) + \bar{F}(s, t)^\alpha, \quad (13)$$

$R(s, t)$  初始值可按式(14)初始化：

$$\begin{cases} R(0, 0) = \bar{F}(0, 0)^\alpha \\ R(0, t) = R(0, t-1) + \bar{F}(0, t)^\alpha \\ R(s, 0) = R(s-1, 0) + \bar{F}(s, 0)^\alpha \end{cases} \quad (14)$$

在二维生存函数的基础上, 可以在  $O(L^2)$  的

时间复杂度内得到  $R(s, t)$ 。 $B(s, t)$  的计算还需要一个额外的辅助空间  $T(s, t)$ ,  $T(s, t)$  表示包含坐标  $(s, t)$  在内的左上角区域信息量的总和(见图 4 长方形内最右侧红色区域)。 $T(s, t)$  的计算与  $R(s, t)$  类似, 可以通过如式(15)所示的快速递推公式得出：

$$T(s, t) = T(s-1, t) + T(s, t-1) - T(s-1, t-1) - \bar{F}(s, t)^\alpha, \quad (15)$$

$T(s, t)$  初始值可按式(16)初始化：

$$\begin{cases} T(0, 0) = \sum_{i=0}^{L-1} \bar{F}(i, 0)^\alpha + \sum_{j=0}^{L-1} \bar{F}(0, j)^\alpha - \bar{F}(0, 0)^\alpha \\ T(0, t) = T(0, t-1) + \sum_{i=0}^{L-1} \bar{F}(i, t)^\alpha - \bar{F}(0, t)^\alpha \\ T(s, 0) = T(s-1, 0) + \sum_{j=0}^{L-1} \bar{F}(s, j)^\alpha - \bar{F}(s, 0)^\alpha \end{cases} \quad (16)$$

在得到辅助计算量  $T(s, t)$  后,  $B(s, t)$  可以通过总信息量减去  $T(s, t)$  得到, 图 4 形象地描述了  $B(s, t)$  和  $T(s, t)$  的关系, 计算公式如式(17)所示：

$$B(s, t) = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} \bar{F}(i, j)^\alpha - T(s, t). \quad (17)$$

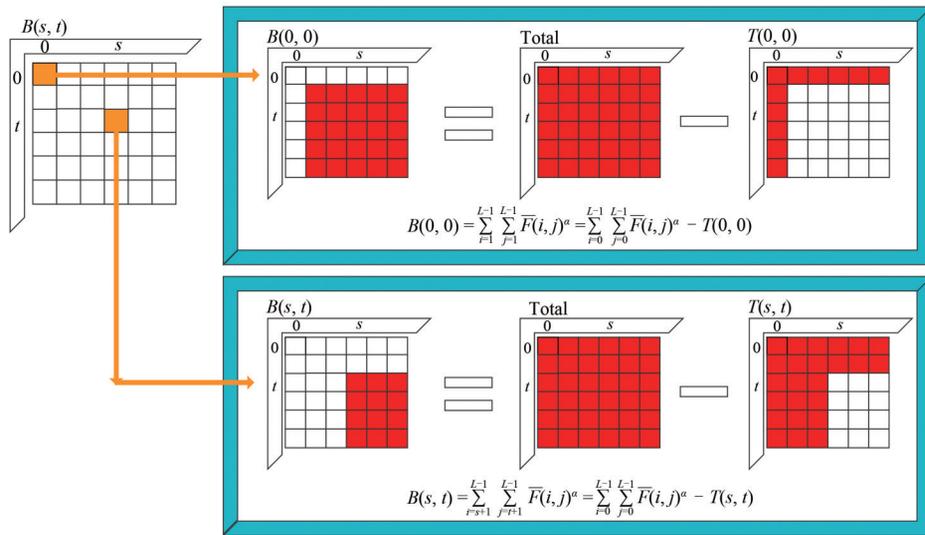


图 4 辅助计算量  $B(s, t)$  计算思路 ( $B(s, t)$  等于总的信息量减去在阈值向量  $(s, t)$  下对应的  $T(s, t)$ )。

Fig. 4 Calculation thought of auxiliary amount  $B(s, t)$  ( $B(s, t)$  equals the total amount of information minus the corresponding  $T(s, t)$  under the threshold vector  $(s, t)$ ).

从上述分析推理可知: Fast 2D-CRTE 一共使用了 3 个辅助空间  $R(s, t)$ 、 $B(s, t)$  和  $T(s, t)$ , 空间使用量为  $3 \times (L \times L)$ , 然而其时间复杂度仅为  $O(L^2)$ , 优于原始 2D-CRTE 的  $O(L^4)$ 。

### 3 算法描述

为了更清晰地说明如何利用式(1)~式(3)、式(9)和式(12)~式(17)计算阈值向量  $(s^*, t^*)$ , 给

出了快速二维累积剩余 Tsallis 熵阈值分割方法 (Fast Two-Dimensional Cumulative Residual Tsallis

Entropy, Fast 2D-CRTE)的6个步骤,如图5和算法1所示。

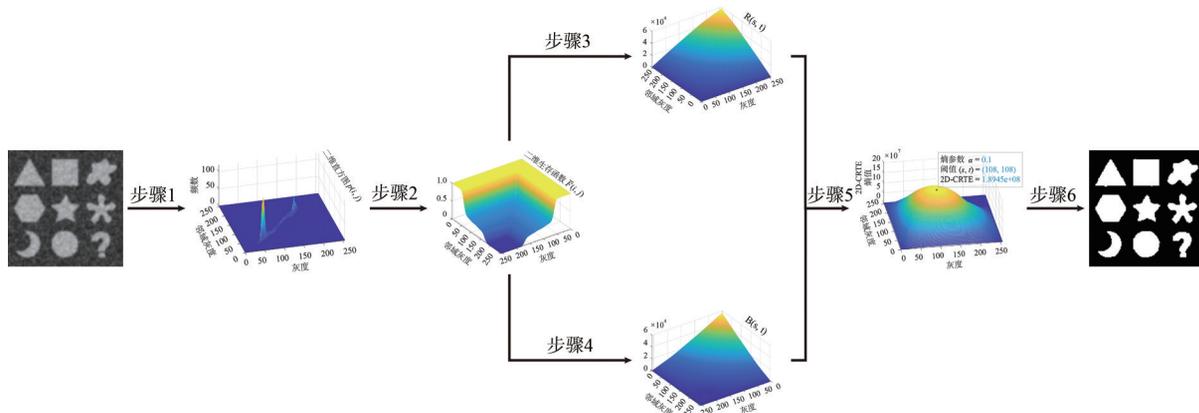


图5 提出的 Fast 2D-CRTE 方法的流程

Fig. 5 Flow chart of the proposed fast 2D-CRTE method

---

算法1 Fast 2D-CRTE算法

---

输入. 灰度图像  $I$

输出. 分割结果图像  $Y$

步骤1. 对输入的灰度图像  $I$ ,应用式(1)、(2)计算得到二维直方图  $\rho(i, j)$ 。

步骤2. 基于二维直方图  $\rho(i, j)$ 应用式(3)得到二维生存函数  $\bar{F}(i, j)$ 。

步骤3. 在二维生存函数  $\bar{F}(i, j)$ 的基础上,按式(13)、(14)计算得出辅助计算量  $R(s, t)$ 。

步骤4. 按式(15)、(16)计算得出辅助计算量  $T(s, t)$ ,然后按式(17)计算得出  $B(s, t)$ 。

步骤5. 基于  $R(s, t)$ 和  $B(s, t)$ ,按式(12)计算得到阈值向量  $(s, t)$ 处的 2D-CRTE。最后,通过式(9)选取 2D-CRTE 最大时的阈值向量  $(s^*, t^*)$ 作为最终阈值向量。

步骤6. 通过阈值向量  $(s^*, t^*)$ 将灰度图像  $I$ 的像素划分为目标和背景,得到相应的分割结果图像  $Y$ 。

---

## 4 实验结果与分析

### 4.1 实验方案及量化指标

实验所用软硬件的主要参数如下: Intel(R) Core(TM) i5-10300H 2.50 GHz CPU, 16 GB DDR4 内存, Windows10 64位操作系统, Matlab 2021 开发平台。测试图像集包括 26 幅合成图像和 76 幅真实世界图像,它们的灰度直方图呈现为无峰、单峰、双峰或者多峰模式。每幅测试图像的分割参考图像均利用 Adobe Photoshop 软件手工产生。测试图像集和分割参考图像集可以通过访问 [https://](https://pan.baidu.com/s/16HVrq5NSM83uPmai-6idVQ?pwd=7rfx)

[pan.baidu.com/s/16HVrq5NSM83uPmai-6idVQ?pwd=7rfx](https://pan.baidu.com/s/16HVrq5NSM83uPmai-6idVQ?pwd=7rfx) 获得。

为了评估所提出方法的计算效率以及针对不同直方图模式图像的分割有效性,在测试数据集上比较了 6 种不同的图像分割方法,分别是本文提出的 Fast 2D-CRTE、快速二维 Otsu 阈值分割方法 (Fast Two-Dimensional Otsu, Fast 2D-OTSU)<sup>[11]</sup>、快速二维 Tsallis 阈值分割方法 (Fast Two-Dimensional Tsallis, Fast 2D-Tsallis)<sup>[12]</sup>、基于超像素的快速模糊 C 均值聚类分割方法 (Superpixel Based Fast Fuzzy C-Means Clustering, SFFCM)<sup>[17]</sup>、自动模糊聚类分割方法 (Automatic Fuzzy Clustering Framework, AFCF)<sup>[18]</sup>、基于模糊区域的活动轮廓图像分割方法 (Global and Local Fuzzy Image Fitting Image Segmentation, GLFIF)<sup>[19]</sup>。

本文采用常用的量化指标,即误分类率 (ME)<sup>[15]</sup> 来定量评估分割方法的分割精度。ME 指标反映了分割结果图像中背景像素和前景像素误分类的情况。当分割结果图像和分割参考图像相同时,  $ME=0$ ;反之,当分割结果图像和分割参考图像完全相反时,  $ME=1$ 。ME 计算公式如式 (18) 所示:

$$ME = 1 - \frac{|F_g \cap F_t| + |B_g \cap B_t|}{|F_g| + |B_g|}, \quad (18)$$

其中:  $F_g$  和  $B_g$  分别表示分割参考图像中的前景和背景,而  $F_t$  和  $B_t$  分别表示分割结果图像的前景

和背景,符号 $\cap$ 表示取交集运算,符号 $|\cdot|$ 表示计算元素的个数。

### 4.2 合成图像上的比较实验

为了验证Fast 2D-CRTE方法的分割适应性,一方面通过调整目标和背景的大小比例,使得26幅合成图像既包括目标和背景大小比例相对均

衡的情况(图6(a)、(c)和(d)),也包括大小比例相对失衡的情况(图6(b));另一方面在合成图像上添加诸如均匀噪声、高斯噪声、贝塔噪声和瑞利噪声,以形成具有无峰、单峰、双峰或者多峰直方图模式的合成图像(图6(a)~(d))。

图7展示了6种分割方法在4幅合成图像上

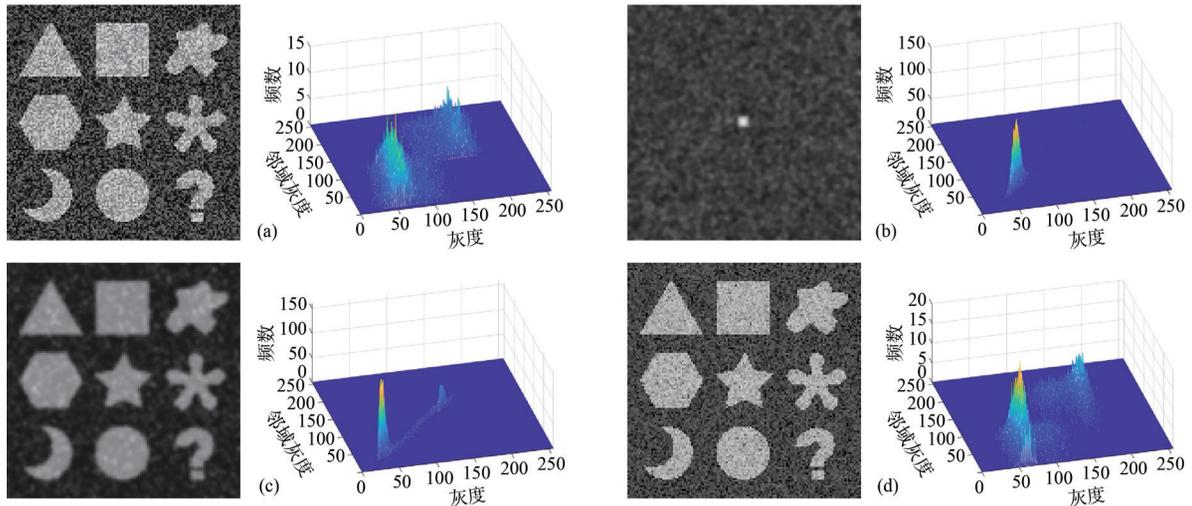


图6 4张合成测试图像及其二维直方图((a)~(d)分别对应编号为1、4、18和26的测试图像)。

Fig. 6 4 synthetic test images and their two-dimensional histograms ((a)~(d) corresponding to test images numbered 1, 4, 18, and 26, respectively).

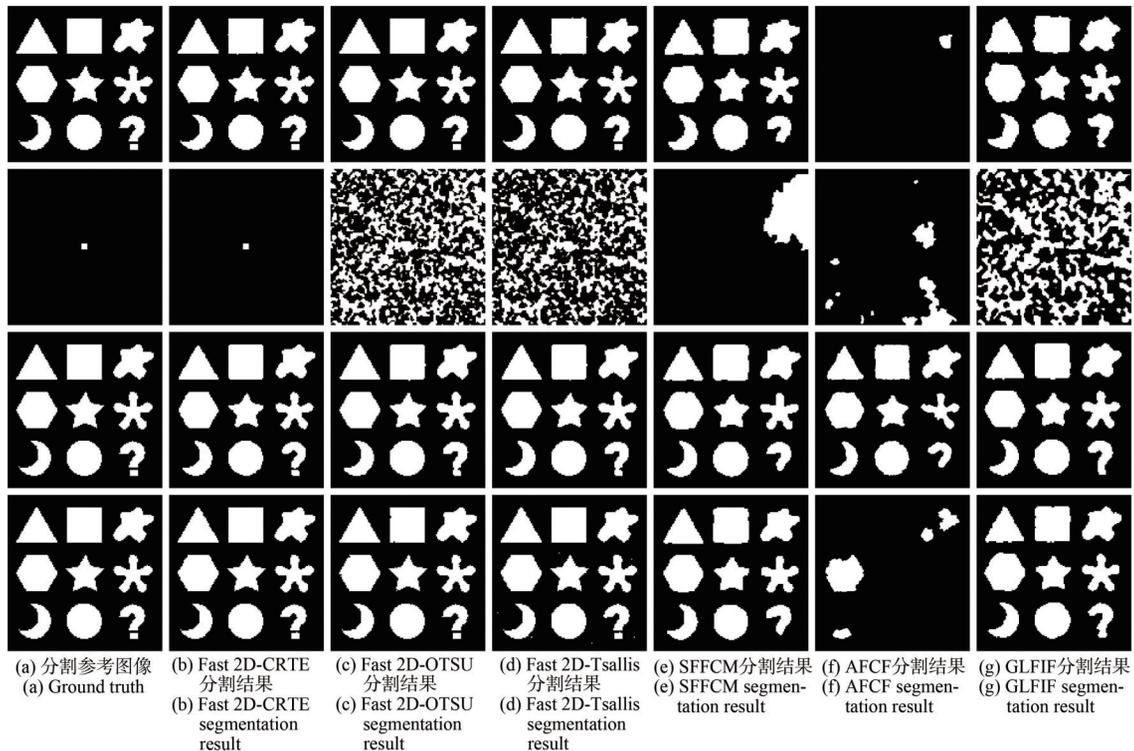


图7 6个方法在图6(a)~(d)中4幅合成图像上的分割结果

Fig. 7 Segmentation results of 6 methods on 4 synthetic images in Fig. 6(a)~(d)

的分割结果。表 1 第 1、4、18 和 26 行分别给出了 6 种分割方法在 4 幅合成图像上的 ME 值。结合二者可以观察到:(1)AFCF 方法除了在双峰直方图模式的图像上分割效果较好之外,在无峰、单峰或多峰直方图模式的图像上都有严重的误分割,ME 值甚至高达 0.67。(2)Fast 2D-OTSU 方法、Fast 2D-Tsallis 方法、SFFCM 方法和 GLFIF 方法的整体分割效果优于 AFCF 方法,在无峰和双峰直方图模式图像上的分割效果有很大提升。然而,这些方法对单峰直方图模式图像仍然具有较差的分割能力,ME 值达到 0.4 (表 1 第 4 行)。(3)Fast 2D-CRTE 方法的分割结果明显优于前 5 种方法,不仅成功地将目标从图

像中提取出来,而且分割结果最接近 Ground Truth 图像。

表 1 给出了 6 种分割方法在 26 张合成图像上具体的 ME 值以及 Fast 2D-CRTE 方法在 26 张合成图像上熵参数  $\alpha$  的取值和分割阈值。表 2 给出了 6 种分割方法在 26 幅合成图像上的平均 CPU 运行时间和平均 ME 值。结合表 1 和表 2 可以得到:(1)Fast 2D-CRTE 方法在无峰、单峰、双峰或多峰直方图模式图像上保持了良好的稳定性,平均 ME 值为 0.011 9。(2)Fast 2D-CRTE 方法较性能第二的 Fast 2D-OTSU 方法,平均 ME 值降低 6.25%,平均 CPU 运行时间降低 0.01 s,在 ME 值和时间效率方面具有相对明显的优势。

表 1 6 种分割方法在 26 张合成图像上的 ME 值以及 Fast 2D-CRTE 方法的熵参数  $\alpha$  取值和分割阈值

Tab. 1 ME value of 26 synthetic images by six segment methods and entropy parameter  $\alpha$  values and segmentation thresholds of Fast 2D-CRTE method

图像编号	Fast 2D-CRTE	Fast 2D-OTSU	Fast 2D-Tsallis	SFFCM	AFCF	GLFIF	熵参数 $\alpha$	分割阈值 $(s, t)$
1	0.002 9	0.000 4	0.004 6	0.029 6	0.670 2	0.066 9	0.001	(121,121)
2	0.006 6	0.006 8	0.008 3	0.030 2	0.285 5	0.049 1	0.001	(114,114)
3	0.052 6	0.007 6	0.036 6	0.031 1	0.137 4	0.306 5	0.001	(125,125)
4	0.000 0	0.436 6	0.381 3	0.097 2	0.059 3	0.430 5	0.001	(124,124)
5	0.000 5	0.181 2	0.352 5	0.001 5	0.484 8	0.001 5	0.001	(127,127)
6	0.000 0	0.000 0	0.049 5	0.980 7	0.000 9	0.578 4	0.1	(102,104)
7	0.000 4	0.332 1	0.108 8	0.105 8	0.031 0	0.682 5	0.001	(103,103)
8	0.002 1	0.460 9	0.366 9	0.633 1	0.994 4	0.493 7	0.001	(117,117)
9	0.000 6	0.433 1	0.228 2	0.826 7	0.001 1	0.457 1	0.001	(117,117)
10	0.010 0	0.000 5	0.003 0	0.030 5	0.178 9	0.040 0	0.001	(124,124)
11	0.056 6	0.002 7	0.008 2	0.029 4	0.040 6	0.046 2	0.5	(103,101)
12	0.006 3	0.003 4	0.009 2	0.031 7	0.278 1	0.063 2	0.01	(124,124)
13	0.004 8	0.004 6	0.012 1	0.031 1	0.062 9	0.049 1	0.1	(100,100)
14	0.011 4	0.005 4	0.004 8	0.030 3	0.201 6	0.047 1	0.001	(112,112)
15	0.001 6	0.001 5	0.003 7	0.030 1	0.314 6	0.262 0	0.1	(105,106)
16	0.012 7	0.002 8	0.004 3	0.031 0	0.084 1	0.054 4	0.1	(85,86)
17	0.010 6	0.014 1	0.005 1	0.029 8	0.269 8	0.278 7	0.001	(124,124)
18	0.009 9	0.011 1	0.006 7	0.029 8	0.098 6	0.051 1	0.1	(100,100)
19	0.037 2	0.000 1	0.005 1	0.030 6	0.065 5	0.055 8	0.001	(125,125)
20	0.019 8	0.005 2	0.006 0	0.030 0	0.325 2	0.045 7	0.001	(121,121)
21	0.011 1	0.000 1	0.003 2	0.031 2	0.076 6	0.053 6	0.001	(125,125)
22	0.013 7	0.005 9	0.005 5	0.031 0	0.296 6	0.045 8	0.001	(117,117)
23	0.006 1	0.000 2	0.003 1	0.030 0	0.210 7	0.057 6	0.001	(124,124)
24	0.010 1	0.005 4	0.007 0	0.028 6	0.283 8	0.047 4	0.1	(108,108)
25	0.019 4	0.008 4	0.008 7	0.031 4	0.165 5	0.047 2	0.001	(122,122)
26	0.002 7	0.003 2	0.004 1	0.031 1	0.196 4	0.043 5	0.001	(121,121)

表 2 6种分割方法在 26张合成图像上的平均 CPU 运行时间以及平均 ME 值

Tab. 2 Average CPU runtime and mean ME value of 26 synthetic images by six segment methods

评价指标	Fast 2D-CRTE	Fast 2D-OTSU	Fast 2D-Tsallis	SFFCM	AFCF	GLFIF
Time/s	0.042 2	0.054 5	0.065 2	0.174 6	1.151 9	0.539 2
ME	0.011 9	0.074 4	0.062 9	0.125 1	0.223 6	0.167 5

### 4.3 真实图像的比较实验

具有不同灰度直方图模式的 76 幅真实世界图像被用于进一步检验 6 种分割方法的分割适应能力,如图 8 所示。这些真实世界图像的灰度直方图可以用一种或多种分布的组合来近似,且直方图呈现无峰、单峰、双峰或多峰模式。这 76 幅测试

图像被分为 4 组,其中编号 1~5、6~26、27~53 和 54~76 的测试图像直方图分别对应无峰、单峰、双峰和多峰模式。测试图像采集自不同应用领域,包括生物细胞分析、行人视频监控和舰船目标监测等,涉及的成像方法包括超声成像、红外热成像、涡流成像、光学显微镜成像和光学 CCD 成像等。

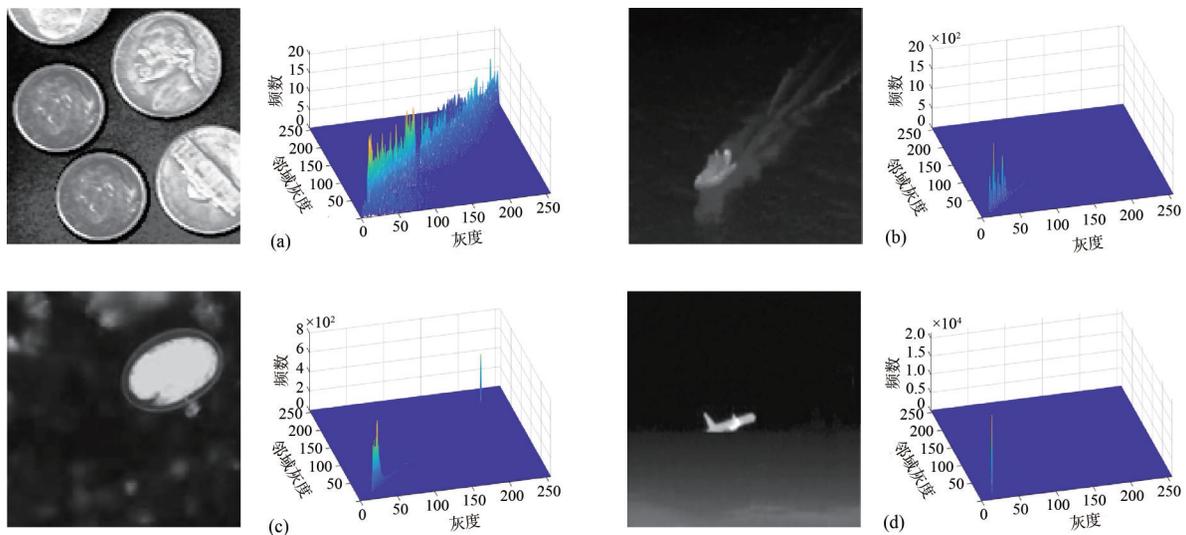


图 8 4幅真实世界图像及其二维直方图((a)~(d)分别对应编号为 4、13、46 和 59 的测试图像)。

Fig. 8 4 real-world images and their two-dimensional histograms ((a)~(d) corresponding to test images numbered 4, 13, 46, and 59, respectively).

图 9 展示了 Fast 2D-CRTE 方法在图 8 的 4 幅真实世界图像上的仿真过程,图 10 展示了 6 种分割方法在图 8 中 4 幅真实世界图像上的分割结果。结合二者可以观察到:(1)AFCF 方法整体的分割适应性较低,在灰度直方图为无峰、单峰、双峰或多峰模式的图像上具有严重的误分割。(2)SFFCM 方法和 GLFIF 方法针对双峰直方图模式的图像具有较好的分割精度。然而,它们在单峰和多峰直方图模式图像上的分割仍然不理想。(3)相比于前 3 种方法,Fast 2D-OTSU 方法和 Fast 2D-Tsallis 方法的分割效果有很大提升,但是它们在无峰、单峰和多峰直方图模式图像上仍然存在误分割。(4)从仿真实验结果可以看出,通过合理地调整

熵参数, Fast 2D-CRTE 方法能选取恰当的分割阈值从复杂的场景下将目标提取成功,在不同直方图模式图像上具有较强的分割适应性。

图 11 展示了 6 种分割方法在 76 张真实世界图像上的 ME 值散点图,表 3 则给出 6 种分割方法的平均 CPU 运行时间和平均 ME 值。结合二者可得:(1)SFFCM 方法、AFCF 方法和 GLFIF 方法在无峰、单峰、双峰或多峰直方图模式图像上的 ME 值波动较大(见图 11 散点图(d)、(e)和(f)),对应平均 ME 值分别高达 0.499 4、0.540 7 和 0.366 8,进一步说明这三种方法的分割稳定性较差。(2)Fast 2D-OTSU 方法和 Fast 2D-Tsallis 方法相较于前 3 种方法,在双峰直方图模式图像

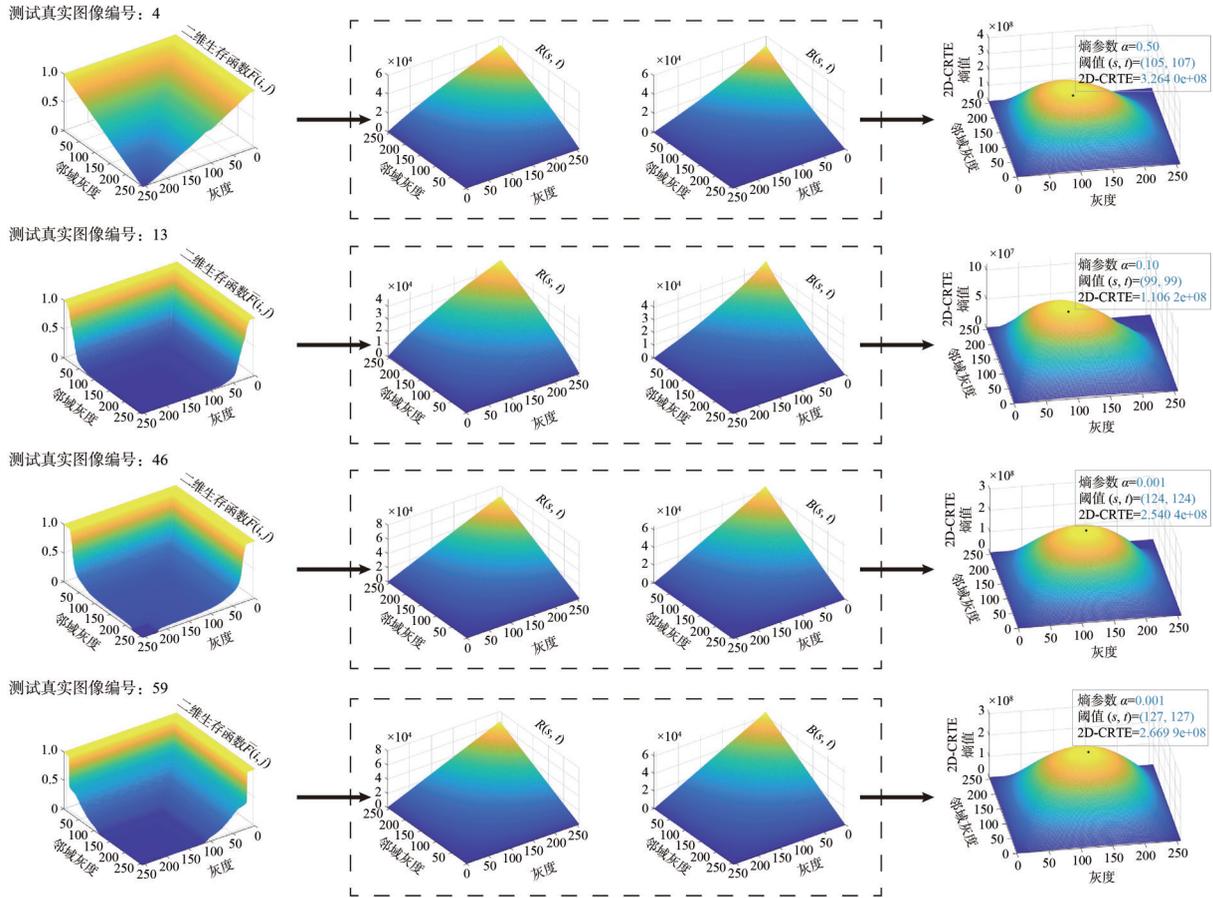


图 9 在图 8 中 4 幅真实世界图像上的二维生存函数、 $R(s, t)$ 、 $B(s, t)$ 和 2D-CRTE 的可视化结果。

Fig. 9 Visualization results of two-dimensional survival function,  $R(s, t)$ ,  $B(s, t)$  and 2D-CRTE on 4 real-world images in Fig. 8.

上的分割精度较高(见图 11(b)和(c)的实心圆形标识的数据)。但是, Fast 2D-OTSU 方法和 Fast 2D-Tsallis 方法在无峰、单峰或多峰直方图模式的图像上的分割结果也不稳定。(3)针对无峰、单峰、双峰或多峰直方图模式的图像, Fast 2D-CRTE 方法的 ME 值波动平缓(图 11(a))且平均 ME 值稳定在 0.013 7。这些都表明, Fast 2D-CRTE 方法具有更强的分割适应能力。此外, 相对于其他 5 种方法, Fast 2D-CRTE 方法的平均 CPU 运行时间稳定在 0.183 2 s, 位居第一。

#### 4.4 熵参数 $\alpha$ 选取分析

在本文提出的方法中, 存在一个可变的熵参数  $\alpha$ , 该值的改变影响着最佳阈值的选取。式(8)描述了随着阈值变量  $(s, t)$  的变化时, 两个子系统(A, B 区域)总的 2D-CRTE 熵值的变化。从中可以看出, 2D-CRTE 熵值的大小与阈值向量  $(s, t)$  划分 A、B 区域后的二维生存函数  $\bar{F}$  和熵参数  $\alpha$  相关。在图像给定的情形下, 二维生存函数  $\bar{F}$  本身并不

发生改变, 导致总的 2D-CRTE 熵值改变的原因来自于熵参数  $\alpha$  的变化影响下的式(6)和式(7)的分子项  $\sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^t (\bar{F}(i, j))^\alpha$  和  $\sum_{i=s+1}^{L-1} \sum_{j=t+1}^{L-1} (\bar{F}(i, j))^\alpha$  的改变。

图 12 第一、二行子图分别给出了在一幅最大灰度为 50 的图像上取熵参数  $\alpha$  为 0.001、0.1、0.5、0.99、1.1 和 1.5 时的二维生存函数  $\bar{F}^\alpha$  和总的 2D-CRTE 熵变化。并且, 图中颜色越接近于黄色代表数值越接近最大值, 图中颜色越接近蓝色代表数值越接近于最小值。为了便于描述, 称图中最大值和最小值之间的区域为缓冲区。从第一行子图可以看出, 熵参数  $\alpha$  越接近于 0, 缓冲区中的所有取值就越趋近于 1 (颜色趋近于黄色); 熵参数  $\alpha$  越远离 (大于) 0, 缓冲区中其余取值都趋近于 0 (颜色趋近于蓝色)。该现象表明, 可以通过动态调整熵参数  $\alpha$  改变二维生存函数缓冲区内部的数值, 进而影响最佳阈值的选取。从图 12 的第二行子图可以看出, 当熵参数  $0 < \alpha < 1$  时, 随

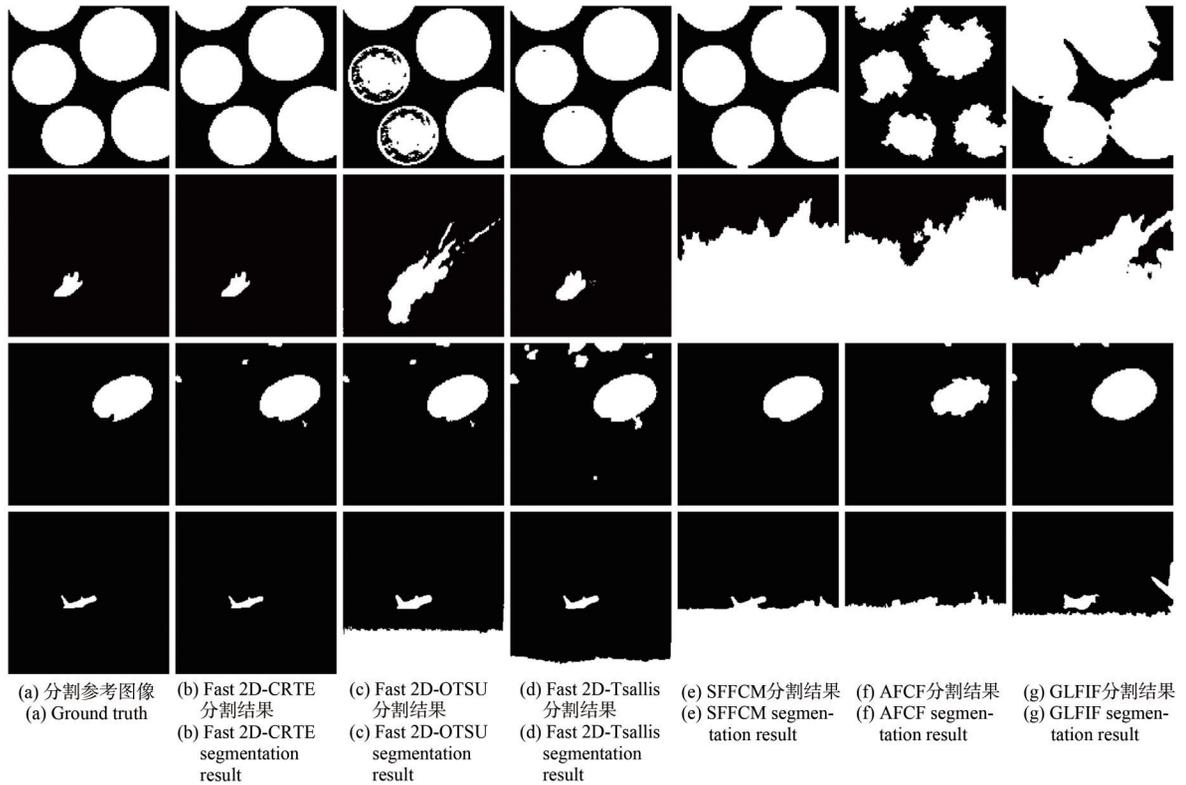


图 10 6 种分割方法在图 8 的 4 幅二维直方图模式分别为无峰、单峰、双峰和多峰图像上的分割结果。

Fig. 10 Segmentation results of 6 methods on 4 histogram patterns of Fig. 8 are nonpeak, unimodal, bimodal and multimodal.

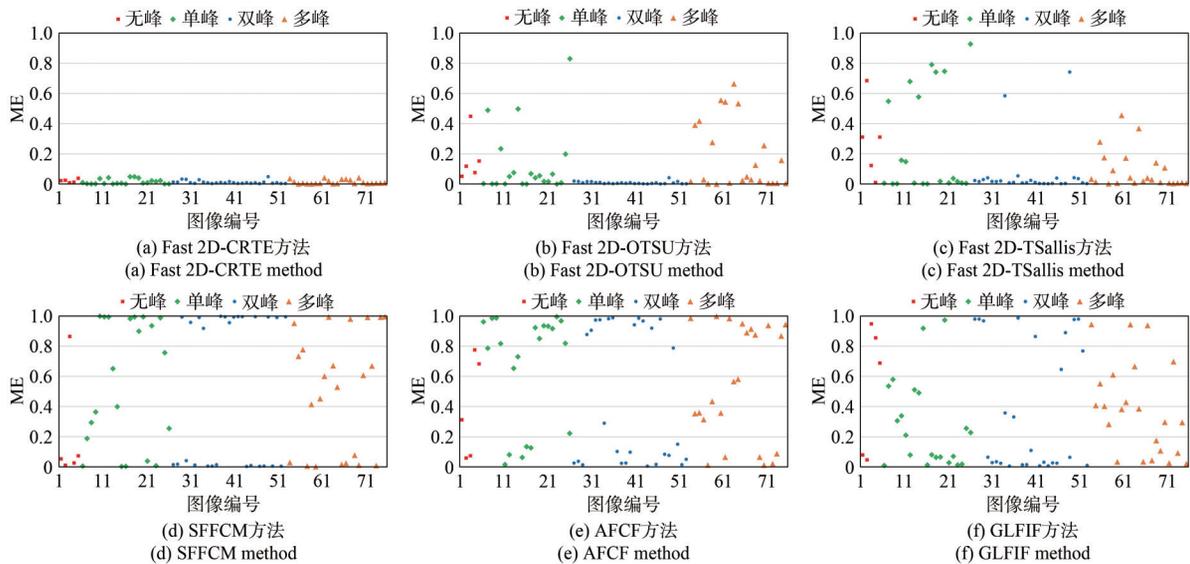


图 11 6 种分割方法在 76 张真实世界图像上的 ME 值散点图

Fig. 11 ME value scatter maps of 6 segmentation methods on 76 real-world images

表 3 6 种分割方法在 76 张真实世界图像上的平均 CPU 运行时间以及平均 ME 值

Tab. 3 Average CPU runtime and mean ME value of 6 segmentation methods on 76 real-world image

评价指标	Fast 2D-CRTE	Fast 2D-OTSU	Fast 2D-Tsallis	SFFCM	AFCF	GLFIF
Time(s)	0.183 2	0.184 0	0.419 0	0.184 5	1.360 2	0.990 7
ME	0.013 7	0.103 4	0.139 6	0.499 4	0.540 7	0.366 8

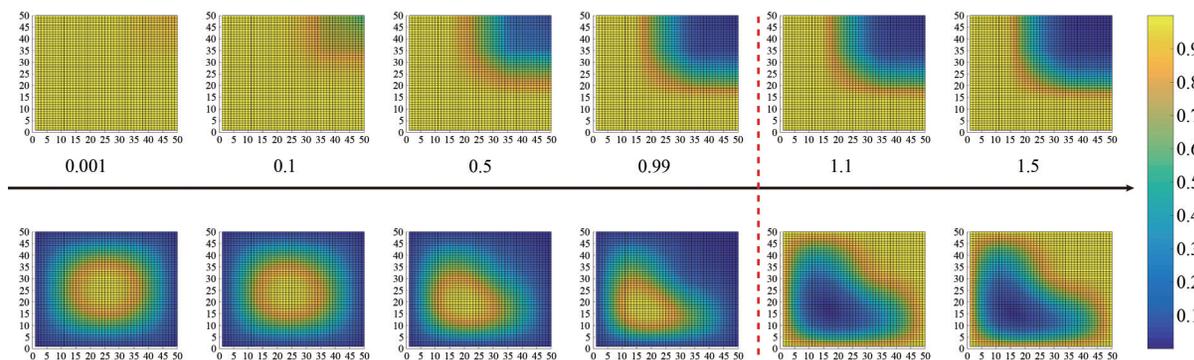


图 12 熵参数  $\alpha$  取 0.001、0.1、0.5、0.99、1.1 和 1.5 时的生存函数和总的 2D-CRTE 熵变化。

Fig. 12 Survival function and total 2D-CRTE entropy change for entropy parameter  $\alpha$  at 0.001, 0.1, 0.5, 0.99, 1.1 and 1.5.

随着  $\alpha$  的减小, 2D-CRTE 熵值的选取会向二维直方图的中心点移动; 当熵参数  $\alpha > 1$  时, 随着熵参数  $\alpha$  的增大, 2D-CRTE 熵值可以在中心点右侧多个局部区域取得。因此, 熵参数  $\alpha > 1$  时的图像分割结果并不唯一。

综上所述, 熵参数可以在分割过程中起到调解因子的作用。Fast 2D-CRTE 阈值分割方法可以通过调整熵参数  $\alpha$  改变二维生存函数以适应不同的图像分割任务。通过 4.2 和 4.3 节中的大量实验发现, (0, 1.1) 是选取熵参数  $\alpha$  的适宜区间。参数在选取 0.001、0.01、0.1、0.5、0.99 和 1.1 等数值时, 一般会取得一个不错的分割结果。

对于具体的图像分割任务, 任务场景与成像条件在一定时间和空间范围内是可控的。因此, 在对图像进行处理时, 可以假定来自相同背景和相同成像设备的一系列图像的熵参数  $\alpha$  是一致的。对于相同的应用场景, 可以通过一些训练样本图像从 0.001、0.01、0.1、0.5、0.99 和 1.1 等 6 个备选熵参数中为熵参数  $\alpha$  选择一个最优值, 然后将所选的最优值设置为该场景下一系列图像分割的熵参数  $\alpha$ 。为了证实这一想法的可行性, 我们从 MSTAR 数据库<sup>[20]</sup> 中选取 10 幅同一场景下的雷达测试图像展开实验, 雷达测试图像及其二维直方图如图 13 所示。

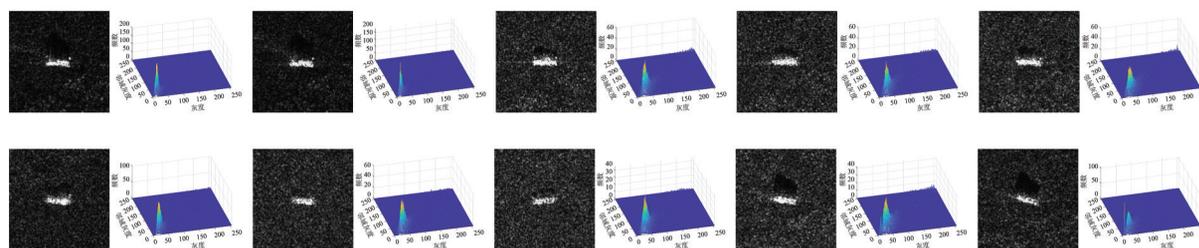


图 13 10 幅雷达测试图像及其二维直方图(从左到右, 从上到下依次编号为 1~10)。

Fig. 13 10 Radar test images and their two-dimensional histograms (number 1~10 from left to right, top to bottom).

由于任务场景与成像条件相似, 10 幅雷达测试图像的二维直方图呈现一致的单峰模式(图 13)。图 14 展示了在选定熵参数  $\alpha = 0.001$  时 Fast 2D-CRTE 方法针对图 13 中编号为 1 和 6 的雷达测试图像的仿真过程; 图 15 给出了在选定熵参数  $\alpha = 0.001$  时 Fast 2D-CRTE 方法在图 13 中 10 幅雷达测试图像上的分割结果。结合二者可得: 对于这 10 幅同一场景下的雷达测试图像,

当熵参数  $\alpha$  取 0.001 时, Fast 2D-CRTE 方法能消除单峰模式下背景像素簇对阈值的权重偏离影响, 进而选取合理的阈值成功地将目标从图像中提取出来。该实验也验证了前面的假设。在本文实验中, 所有 2D-CRTE 的熵参数  $\alpha$  都是手动从 0.001、0.01、0.1、0.5、0.99 和 1.1 等 6 个备选熵参数选取的, 如何自适应地选取合适的熵参数  $\alpha$  也是后续研究需要考虑的问题。

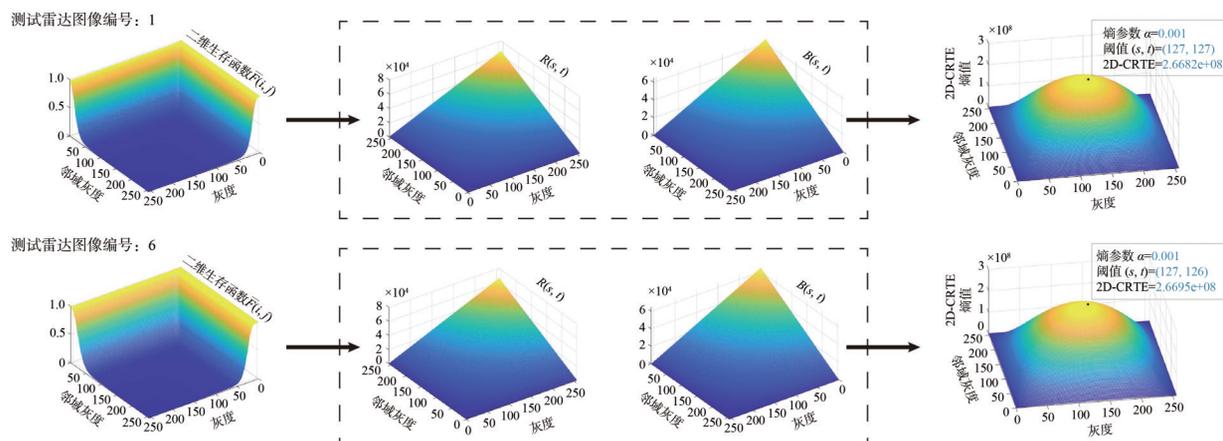


图 14 在图 13 中编号为 1 和 6 的测试图像上的二生存函数、 $R(s, t)$ 、 $B(s, t)$  和 2D-CRTE 的可视化结果。

Fig. 14 Visualization results of two-dimensional survival function,  $R(s, t)$ ,  $B(s, t)$  and 2D-CRTE on test images numbered 1 and 6 in Fig. 13.

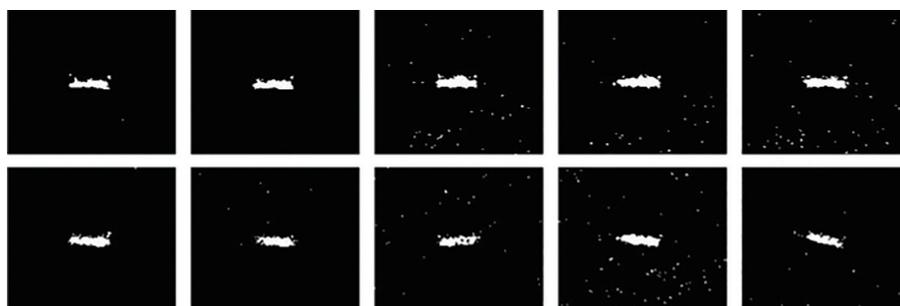


图 15 Fast 2D-CRTE 方法在图 13 的 10 幅雷达测试图像上的分割结果

Fig. 15 Segmentation results of Fast 2D-CRTE method on 10 radar test images

## 5 结 论

本文给出的二维累积剩余 Tsallis 熵可以表征分割前后图像之间的差异程度,具备图像分割测度功能。基于二维生存函数的快速二维累积剩余 Tsallis 熵阈值分割方法通过动态地调整熵参数,能有效地区分无峰、单峰、双峰或多峰直方图模式图像的目标和背景。实验结果表明,与快

速二维 Otsu 法、快速二维 Tsallis 熵法、2 种聚类分割方法和 1 种活动轮廓分割方法相比,所提出的方法不仅时间效率以 0.183 2 s 位居第一,而且平均误分类率保持在 0.013 7 以下,在不同直方图模式的图像上具有较强的分割鲁棒性。在未来工作中,将会考虑构建累积剩余 Tsallis 熵参数和不同直方图模式之间的关系,实现自适应地解决参数调节问题。

## 参 考 文 献:

- [1] 胡亮,胡学娟,黄圳鸿,等. 基于有效背景重构和对比度增强的 Mura 缺陷检测[J]. 液晶与显示,2021,36(10): 1395-1402.  
HU L, HU X J, HUANG Z H, *et al.* Mura defect detection based on effective background reconstruction and contrast enhancement [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2021, 36(10): 1395-1402. (in Chinese)
- [2] 苗添,曾虹程,王贺,等. 基于迭代阈值分割的星载 SAR 洪水区域快速提取[J]. 系统工程与电子技术,2022, 44(9):2760-2768.  
MIAO T, ZENG H C, WANG H, *et al.* A fast extraction method of flood areas based on iterative threshold segmentation using spaceborne SAR data [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2022, 44(9): 2760-2768. (in Chinese)

- [3] 陈玺,何斌,龙勇机,等. 复杂海背景下的自适应舰船目标检测[J]. 液晶与显示,2022,37(3):405-414.  
CHEN X, HE B, LONG Y J, *et al.* Adaptive ship target detection in complex background [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2022, 37(3): 405-414. (in Chinese)
- [4] OTSU N. A threshold selection method from gray-level histograms [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1979, 9(1): 62-66.
- [5] LEI B, FAN J L. Image thresholding segmentation method based on minimum square rough entropy [J]. *Applied Soft Computing*, 2019, 84: 105687.
- [6] LIU J X, SHI J F, HAO F, *et al.* Arctangent entropy: a new fast threshold segmentation entropy for light colored character image on semiconductor chip surface [J]. *Pattern Analysis and Applications*, 2022, 25(4): 1075-1090.
- [7] ABUTALEB A S. Automatic thresholding of gray-level pictures using two-dimensional entropy [J]. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 1989, 47(1): 22-32.
- [8] 刘健庄,栗文青. 灰度图象的二维Otsu自动阈值分割法[J]. 自动化学报,1993,19(1):101-105.  
LIU J Z, LI W Q. The Automatic Thresholding of gray-level pictures via two-dimensional OTSU method [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1993, 19(1): 101-105. (in Chinese)
- [9] XIAO L Y, FAN C D, OUYANG H L, *et al.* Adaptive trapezoid region intercept histogram based Otsu method for brain MR image segmentation [J]. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 2022, 13(4): 2161-2176.
- [10] 曹建农. 图像分割的熵方法综述[J]. 模式识别与人工智能,2012,25(6):958-971.  
CAO J N. Review on image segmentation based on entropy [J]. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2012, 25(6): 958-971. (in Chinese)
- [11] 陈琪,熊博莅,陆军,等. 改进的二维Otsu图像分割方法及其快速实现[J]. 电子与信息学报,2010,32(5):1100-1104.  
CHEN Q, XIONG B L, LU J, *et al.* Improved two-dimensional Otsu image segmentation method and fast recursive realization [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(5): 1100-1104. (in Chinese)
- [12] 吴一全,潘喆. 二维Tsallis-Havrda-Charvat熵阈值分割的快速递推算算法[J]. 信号处理,2009,25(4):665-668.  
WU Y Q, PAN Z. Fast recurring two-dimensional Tsallis-Havrda-Charvat entropic thresholding algorithms [J]. *Signal Processing*, 2009, 25(4): 665-668. (in Chinese)
- [13] 赵恒,安维胜,杨陶. 双曲线二维Otsu阈值分割算法[J]. 计算机与数字工程,2019,47(8):2033-2038.  
ZHAO H, AN W S, YANG T. Hyperbolic two dimensional Otsu threshold segmentation algorithm [J]. *Computer & Digital Engineering*, 2019, 47(8): 2033-2038. (in Chinese)
- [14] 梁义涛,孟亚敏,朱玲艳,等. 二维Otsu拟合线阈值图像分割方法[J]. 科学技术与工程,2021,21(9):3689-3697.  
LIANG Y T, MENG Y M, ZHU L Y, *et al.* Image segmentation with two-dimensional Otsu fitting line threshold method [J]. *Science Technology and Engineering*, 2021, 21(9): 3689-3697. (in Chinese)
- [15] YANG W, CAI L L, WU F. Image segmentation based on gray level and local relative entropy two dimensional histogram [J]. *PLoS One*, 2020, 15(3): e0229651.
- [16] TOOMAJ A, ATABAY H A. Some new findings on the cumulative residual Tsallis entropy [J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2022, 400: 113669.
- [17] LEI T, JIA X H, ZHANG Y G, *et al.* Superpixel-based fast fuzzy C-means clustering for color image segmentation [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2019, 27(9): 1753-1766.
- [18] LEI T, LIU P, JIA X H, *et al.* Automatic fuzzy clustering framework for image segmentation [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2020, 28(9): 2078-2092.
- [19] FANG J X, LIU H X, LIU J, *et al.* Fuzzy region-based active contour driven by global and local fitting energy for image segmentation [J]. *Applied Soft Computing*, 2021, 100: 106982.
- [20] ROSS T D, WORRELL S W, VELTEN V J, *et al.* Standard SAR ATR evaluation experiments using the MSTAR public release data set [C]//*Proceedings of SPIE, Algorithms for Synthetic Aperture Radar Imagery V*. Orlando, USA: SPIE, 1998: 566-573.

## 作者简介:



黄 聪(1998—),男,湖南岳阳人,硕士研究生,2016年于延安大学获得学士学位,主要从事数字图像处理方面的研究。E-mail:huangcong\_1998@163.com



邹耀斌(1978—),男,江西鹰潭人,博士,副教授,2011年于华中科技大学获得博士学位,主要从事数字图像处理和机器学习方面的研究。E-mail:zyb@ctgu.edu.cn